Le distanze

In questa presentazione viene posta attenzione sulle misure delle distanze e sulla scala alla quale un certo tipo di misura può essere utilizzato.

Alla fine vengono proposti degli esercizi da svolgere sia nell' ambito del progetto che in classe.

Prerequisiti:

- Le Magnitudini
- Le Coordinate

1 Le distanze

In astronomia le distanze sono importanti perché ci consentono di capire com'è strutturato l'universo.

Guardando il cielo stellato non riusciamo ad apprezzare la 'profondità' dell' universo, perché vediamo gli oggetti celesti proiettati su un' immaginaria sfera celeste.

Intuire la grandezza delle distanze ci fa capire che l'universo è essenzialmente uno spazio vuoto.

È inoltre importante poter misurare l'universo (ovvero la distanza di vari oggetti) restando sulla Terra, senza quindi usare il metro o partire per un viaggio intergalattico.

1.1 Le distanze della Luna e del Sole

Le distanze della Luna e del Sole furono misurate dai Greci. Fu Aristarco di Samo (Alessandria, 320 - 250 a.C.) il primo di cui abbiamo abbiamo notizie e del quale è noto lo scritto "Sulla distanza del Sole e della Luna".

Le considerazioni e misure geometriche fatte da Aristarco furono le seguenti:

- l'angolo sotteso dalla Luna e dal Sole è uguale
- si può misurare l' angolo tra la Luna e il Sole alla dicotomia della Luna (cioè quando dalla Terra vediamo solo metà della Luna illuminata)
- si può misurare (durante un eclissi lunare) il tempo di entrata e di permanenza nell'ombra terrestre della Luna

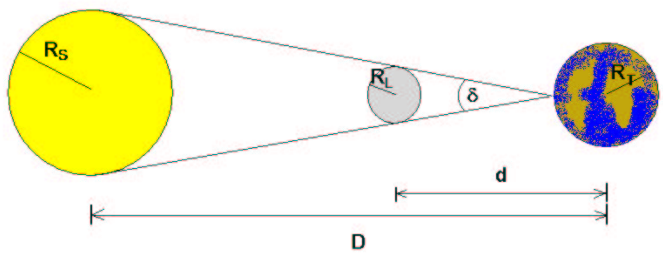

Figura 1: L' angolo sotteso da Luna e Sole è uguale.

Dalla figura 1 è semplice ricavare le relazioni

$$\frac{2\ R_S}{2\ R_L} = \frac{D}{d} \qquad \text{e} \qquad \delta = \frac{2\ R_S}{D} = \frac{2\ R_L}{d}\ ,$$

mentre dalle figure 2 e 3 si ricava la relazione tra l' angolo tra la Luna e il Sole misurato dalla Terra alla dicotomia della Luna

$$\cos\alpha = \frac{d}{D} \qquad \text{e infine} \qquad \frac{2\ R_T - 4\ R_L}{2\ R_S - 4\ R_L} = \frac{d}{D}\ .$$

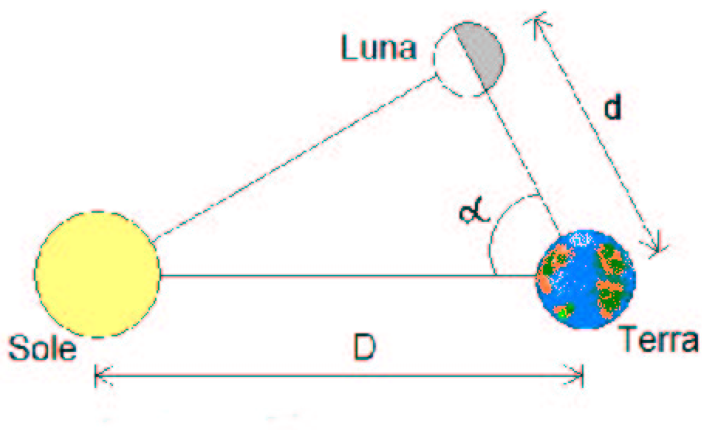

Figura 2: La dicotomia della Luna: la Luna (vista dalla Terra) è solo per metà illuminata.

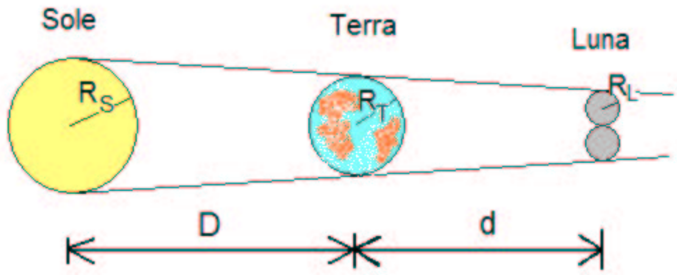

Figura 3: Le misure durante l' eclissi di Luna consentono di derivare una delle relazioni geometriche.

I risultati di Aristarco (espressi in raggi terrestri) furono i seguenti:

$$R_L = \frac{R_T}{22} \qquad d = 81 R_T$$

$$R_S = 312 R_T \qquad D = 1.550 R_T \ .$$

Aristarco ottenne una buona misura per la distanza della Luna, mentre sbagliò di molto quella del Sole. [1]

È importante notare che nelle sue considerazioni Aristarco ipotizzò che i pianeti girassero attorno al Sole e che il Sole girasse attorno alla Terra.

[1] Usando i valori attuali per il Sole ($D = 149.600.000\, km$, $R_S = 695.000\, km$), per la Luna ($d = 384.400\, km$, $R_L = 1.738\, km$) e per la Terra ($R_T = 6.378\, km$) otteniamo

$$R_L = \frac{R_T}{3.6} \qquad d = 60 R_T \qquad \text{ed} \qquad R_S = 108 R_T \qquad D = 23.455 R_T \ ,$$

che è interessante confrontare con i risultati ottenuti da Aristarco.

1.2 I metodi di misura astronomici

Per completezza riportiamo brevemente i metodi di misura delle distanze (anche quelli che nella presentazione sono solamente rappresentati nelle figure) e le unità di misura astronomiche.

1.2.1 Le unità astronomiche di distanza

- L' **unità astronomica (AU)** è definita come distanza media tra la Terra e il Sole e vale circa $1.50 \cdot 10^{11}\, m$ o $4.85 \cdot 10^{-6}\, pc$.
- L' **anno luce** è la distanza percorsa dalla luce in un anno e corrisponde a circa $9.48 \cdot 10^{15}\, m$.
- **Il parsec** abbreviato con pc è la distanza alla quale il raggio dell' orbita terrestre viene visto sottendere 1 secondo d'arco ($1''$) e risulta essere $3.09 \cdot 10^{16}\, m$ o $2.06 \cdot 10^{5}\, AU$.

Unità di distanza	Distanza [km]
unità astronomica (AU)	$1.50 \cdot 10^{8}\, km$
anno luce	$9.46 \cdot 10^{12}\, km$
parsec	$3.09 \cdot 10^{13}\, km$

1.2.2 I metodi di misura

I metodi di misura sono spiegati di seguito e raggruppati in una tabella riassuntiva.

- Il **laser** è stato usato per misurare la distanza del nostro satellite naturale - la Luna. Durante le missioni Apollo sono state posizionate sulla Luna tre superfici riflettenti (poste nei vertici di un triangolo equilatero di lato circa $1.000\, km$), sulle quali viene puntato il laser. La radiazione prodotta dal laser viene riflessa dalla Luna. Misurando l' intervallo di tempo tra l' invio e la ricezione della radiazione si ricava la distanza della Luna.
- Il **radar** è stato usato per misurare i pianeti vicini (Mercurio, Venere, Marte). La distanza dell' oggetto si ricava come nel caso del laser. [2]

[2] Si ricordi che in ambedue i casi (misura con laser o con radar) stiamo parlando di radiazione elettromagnetica, che si propaga a velocità costante di $300.000.000\, m/s$.

- La **parallasse** è la misura con la quale riusciamo a determinare la distanza dalle stelle vicine. La parallasse è l'angolo sotteso dal raggio dell'orbita terrestre, come mostrato in figura 4. La stella più vicina al nostro Sole ha solo 0.76" di parallasse. [3] La parallasse viene usata per definire il parsec (vedi pagina precedente), che è la distanza corrispondente alla parallasse di $1''$. [4]

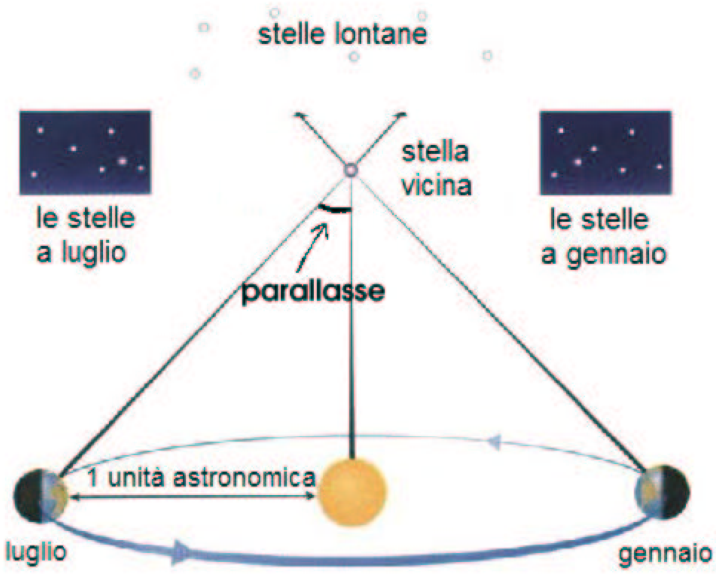

Figura 4: La parallasse

Un semplice esempio di parallasse può essere il seguente: stendendo una mano d'avanti a sè con il pollice alzato e guardando con un' occhio e poi con l'altro si puo' vedere l' apparente spostamento del pollice rispetto allo sfondo.

- Il metodo dell' **ammasso mobile** è schematizzato nella figura 5.

  Dalla misura del redshift Doppler negli spettri degli ammassi stellari aperti si ottiene la velocità di recessione degli ammassi. Usando

[3] Con la parallasse si riesce a stimare distanze al massimo di 50 pc. Il satellite Hypparcos, lanciato nello spazio nel 1989, misurò col metodo della parallasse le posizioni di 100.000 stelle fino a circa 300 pc di distanza. La sua missione è terminata nel 1993.

[4] **Parsec** significa proprio **par**allasse di un **sec**ondo d' arco.

semplici relazioni geometriche [5] si risale alla formula:

$$r = v\Delta t \, \frac{\theta}{\Delta\theta} \; .$$

Si riesce così ad ottenere la distanza dell' ammasso delle Iadi[6] , che calibra il successivo metodo di misura della distanza.

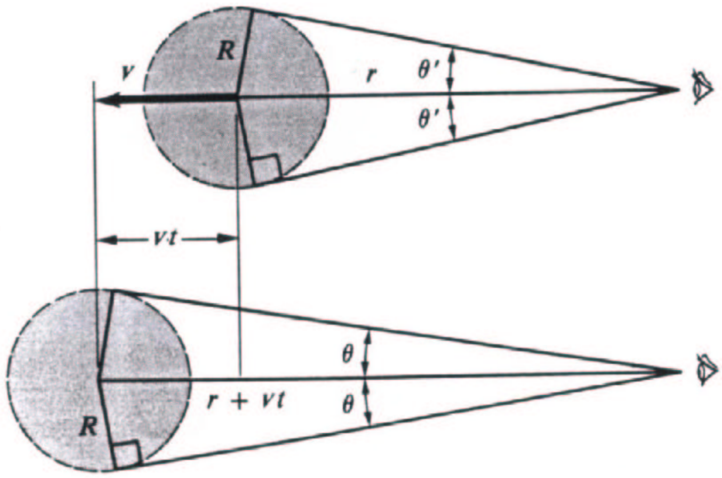

Figura 5: Il metodo dell' ammasso mobile

- **Il "fit" della sequenza principale** Il "fit" della sequenza principale è un' altro metodo di misura di distanze usato per ammassi stellari. Nei diagrammi di Herzprung - Russel degli ammassi stellari è facilmente visibile la sequenza principale. Comparando la sequenza principale di un ammasso a distanza ignota con la sequenza principale dell' ammasso delle Iadi (a distanza di circa $43\,pc$), si ricava la distanza del primo ammasso.

- Le **Cefeidi** sono stelle variabili. Il loro inviluppo pulsa e quindi la loro luminosità varia. Dalla relazione tra il periodo di pulsazione e

[5] Dalla figura 5 si può si può verificare le due relazioni $R = r\sin\theta'$ e $R = (r + vt)\sin\theta$, dove R è il raggio dell' ammasso. Uguagliando le due espressioni si esprime la distanza r come $r = vt\sin\theta/(\sin\theta' - \sin\theta)$. Poichè gli angoli θ e θ' sono "piccoli" si approssima $\sin\theta \simeq \theta$, $\sin\theta' \simeq \theta'$ e $\sin\theta' - \sin\theta \simeq \Delta\theta$. Infine si trova la formula riportata nel testo.

[6] Le Iadi sono un gruppo di stelle giovani (classificato come ammasso aperto) nella costellazione del Toro.

la magnitudine assoluta (quindi la luminosità della stella) si ricava la distanza.

Le Cefeidi hanno una curva di luce caratteristica e prendono il nome dalla prima variabile di questo tipo, la δ di Cefeo, scoperta nel 1784 dall' astronomo Goodricke.

La relazione che lega il periodo di pulsazione alla luminosità, scoperta nel 1912 dall' astronoma Leavitt grazie alle Cefeidi nelle nubi di Magellano, è

$$M = -2.78 \log(P) - 1.35 \ ,$$

dove M è la magnitudine assoluta della Cefeide e P il periodo di pulsazione in giorni.

Le Cefeidi furono importanti nel dibattito tra Shapley e Curtis, che si svolse nella prima metà del 1900, dove i due scienziati dibattevano sull' extragalatticità o meno delle nebulose (allora le nebulose erano tutti gli oggetti di dimensioni angolari apprezzabili). Nel 1931 Hubble, scoprendo una Cefeide nella nebulosa di Andromeda (M31), ne determinò la distanza. In questo modo riuscì a risolvere la questione, scoprendo che la nebulosa (ovvero galassia!) di Andromeda era effettivamente un oggetto extragalattico (anche se sbagliò la calibrazione).

- La **relazione di Tully - Fisher** vale per galassie a spirale, per le quali la luminosità L e la velocità di rotazione v sono collegate (L è proporzionale a v^4).

- Le **supernovae di tipo Ia** si formano in un sistema binario. Tipicamente una delle stelle è una gigante o supergigante mentre l'altra una nana bianca. Se le due stelle sono abbastanza vicine la nana bianca può esplodere a causa dell' accrescimento di materia proveniente dalla gigante. L' esplosione viene vista come supernova. La curva di luce delle supernovae è particolare e il loro picco è simile per tutte. Essendo la luminosità al picco circa la stessa per tutte, si può determinare la distanza.

- Per distanze ancora più grandi si usa la **legge di Hubble**. La misura della distanza di Andromeda tramite le Cefeidi ha consentito a Hubble di trovare la relazione che lega il redshift [7] alla distanza:

$$v = z \cdot c = H_0 \cdot d \ ,$$

[7] Il redshift z è la variazione relativa della lunghezza d' onda, cioè la differenza tra λ_{oss} (lunghezza d' onda osservata) e λ_{em} (lunghezza d' onda emessa) relativamente alla

dove v è la velocità dell'oggetto, $H_0 \simeq 72\, km\, s^{-1}\, Mpc^{-1}$ è la costante di Hubble, d la distanza dell'oggetto e c la velocità della luce. Dai dati osservativi Hubble giunse alla conclusione, che le galassie si stanno allontanando da noi e che quindi l'universo si sta espandendo!

Per gli oggetti più lontani (come i quasar[8]) la distanza viene calcolata dal redshift dell' oggetto e usando la legge di Hubble sopra descritta.

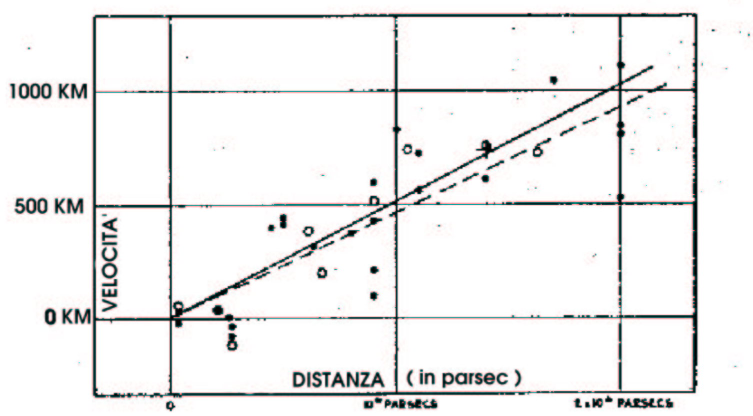

Figura 6: Il grafico mostra la legge di Hubble ovvero la velocità in funzione della distanza degli oggetti misurati (galassie o oggetti ancora più lontani).

lunghezza d' onda emessa:

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_{em}} \, .$$

Il redshift z è anche legato alla velocità dell' oggetto. Ecco che la misura dello spostamento delle righe spettrali (quindi la misura dello spostamento relativo della lunghezza d' onda) fornisce la velocità dell' oggetto.

[8]Quasar - Quasi-Stellar Radio Source - sorgenti quasi stellari che emettono fortemente nelle lunghezze d' onda del radio.

Principali metodi di misura	Oggetti misurati	Esempio	Distanza dalla Terra
laser	Luna	Luna	$384.400\,km$
radar	pianeti vicini (Mercurio, Venere, Marte)	Mercurio	$0,6\,AU$ (58 milioni di km)
parallasse	stelle vicine	α Centauri	$0,75''$ $(2,35 \cdot 10^{12}\,km)$
ammasso mobile	ammassi stellari	Iadi (nel Toro)	$43\,pc$ $(1,3 \cdot 10^{15}\,km)$
Cefeidi	oggetti extragalattici	galassia di Andromeda	$2,2$ milioni di anni luce (cca. $2 \cdot 10^{19}\,km$)
supernovae	oggetti extragalattici	galassie molto distanti	fino a $6 \cdot 10^{21}\,km$
legge di Hubble	oggetti extragalattici molto distanti	quasar molto distanti	oltre $3 \cdot 10^{21}\,km$

2 Suggerimenti per gli esercizi in classe

1. Un esercizio pratico per capire le distanze e contemporaneamente giocare con la matematica è sicuramente costruire un sistema solare in scala. Un possibile modo è quello di prendere palline di diversa dimensione per il Sole, la Terra e tutti i pianeti del sistema solare e collocarle alle rispettive distanze, sempre in scala.

   Un esempio si può trovare alla pagina web

   <http://www.lpi.usra.edu/education/K12/planetsize/planetsize.html> dove le dimensioni dei pianeti sono scalate rispetto al diametro della Terra (cioè $1\,mm$ corrisponde a circa $12.740\,km$). Il Sole, avendo 14 milioni di kilometri di diametro risulta essere circa 100 volte maggiore della Terra.

   La nostra stella più vicina è Proxima Centauri e in questo modello risulterebbe essere grande circa 11 centimetri e distante 3200 kilometri. Partendo da Trieste verrebbe a trovarsi circa a Bagdad.

   La stella più brillante (Sirio) avrebbe in questa scala il diametro di 23 centimetri e sarebbe distante 6500 kilometri.

   Quindi si può far vedere che le stelle oltre ad essere molto lontane hanno bisogno di generare moltissima energia per risultare brillanti a distanze così grandi!

2. Come già accennato, le stelle sono tanto lontane da venire da noi proiettate su una fittizia sfera celeste. Per capire che le costellazioni sono solamente fittizi collegamenti tra stelle e non necessariamente sistemi legati, si può costruire un modello tridimensionale di una costellazione (ad esempio reperibile alla pagina <http://www.hiscreation.com/orion.html>) o far vedere qualche animazione reperibile su internet.

3. Per capire meglio la scala delle distanze si possono utilizzare vari filmati sulle potenze di dieci, un suggerimento può essere di visitare il sito "A Question of Scale" di Brue Bryson

   <http://www.wordwizz.com/pwrsof10.htm>

Didattica, esercizi e animazioni utili:

- raccolta di lezioni dei corsi di aggiornamento per insegnanti delle scuole elementari e medie "Leggere il cielo":

  <http://www.bo.astro.it/~universo/webcorso/webleggere/indexp.html>

- pagina web dell' ESA (European Space Agency) con esercizi sulle distanze:

  <www.astroex.org>

- animazioni riguardanti la parallasse:

  <http://instruct1.cit.cornell.edu/courses/astro101/java/parallax/parallax.html>

  <http://www.astro.ubc.ca/~scharein/a311/Sim-main.html>

  <http://www.uwec.edu/Physics/likkel/Web_Exercises.htm>

- animazioni riguardanti le supernovae:

  <http://www-supernova.lbl.gov/public/figures/snvideo.html>

- animazioni tridimensionali delle costellazioni

  <http://www.astronexus.com/3duniv/contents/anim.html>

- visualizzazione tridimensionale della nebulosa di Orione (M 42)

  < http://vis.sdsc.edu/research/orion.html >

3 Esercizi proposti

Con la strumentazione disponibile per il proggetto Le stelle vanno a Scuola vengono proposti i seguenti esercizi:

- *La misura della distanza tra due stelle*

  I ragazzi fotografano una stella doppia. Viene fornita la distanza di una delle due stelle e il fattore di scala del telescopio [9]. L' esercizio (svolto successivamente in classe) è di calcolare dai dati forniti la distanza tra le due stelle.

- *La misura della dimensione della nebulosa planetaria*

  I ragazzi fotografano una nebulosa planetaria. Viene fornita la distanza della stella centrale e il fattore di scala del telescopio. L' esercizio (svolto successivamente in classe) è di calcolare dai dati forniti la distanza tra la stella centrale e l'anello di materia esterno.

- *La misura della distanza con le Cefeidi* (consigliato per alunni delle scuole medie superiori)

  I ragazzi fotografano una galassia dove sono presenti stelle Cefeidi. Viene fornita la curva di luce delle Cefeidi. Usando quest' ultima e la relazione tra magnitudini e distanze può essere ricavata la distanza della galassia. (Un esercizio simile si trova all' indirizzo internet <www.astroex.org>).

[9] Il fattore di scala del telescopio è il rapporto tra l'angolo apparente inquadrato e la misura (in pixel, nel nostro caso) della dimensione dell'immagine dell'oggetto.